

多元評量 1：巧算

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

【引導 1】

我們定義一個名詞：若兩個自然數相加，它們的和恰好是整十、整百、整千、……，則稱其中的一個數為另一個數的「補數」，這兩個數稱為互補。在做加減法的運算時，如果有兩個加數互為補數，可以先求出它們的和，使計算迅速簡便；如果題中沒有互補的加數，可以設法分出互補的加數，以便湊成整十、整百、整千、……的數。

【例 1】

(1) $31 + 58 + 69$ =	(2) $323 + 92 + 9,677 + 108$ =
-----------------------------	---------------------------------------

【引導 2】

與例 1 相比，每一小題的數中，沒有互補的數。為了運算簡便，我們可以設法分出互補的加數，以便「湊整」（湊成整十、整百、整千、……）。

【例 2】

(1) $325 + 996$ =	(2) $299,999 + 29,999 + 2,999 + 299 + 29$ =
--------------------------	--

【引導 3】

一個數連續減去幾個數，結果等於從這個數中減去這幾個減數的和。從而，我們得到這題的一個簡便運算的方法。

【例 3】

(1) $960 - 102 - 98$ =	(2) $325 - 90 - 80 - 20 - 10$ =
-------------------------------	--

【引導 4】

在從被減數中連續減去幾個減數時，如果某個減數與被減數有相同的最後幾位數（例如 98,625 和 7,625，有共同的 625），那麼我們應該先將它們相減。如果所給的減數中，有接近整十、整百、整千、……的數，那麼應該先設法將它們化成含整十、整百、整千、……的算式，然後再進行計算。根據這樣的原則，我們來計算上面幾個算式。

【例 4】

(1) $98,625 - 900 - 7,625$ $=$	(2) $506 - 397$ $=$
---------------------------------------	----------------------------

【引導 5】

從前面的知識可以知道，在運算中應盡可能使中間結果末尾多一些「0」。因此，在有些情況下，我們需要湊些「0」。例如，「9」就可以用 $(10-1)$ 來代替；99、997 就可以分別用 $(100-1)$ 、 $(1,000-3)$ 來代替。同樣的，101、1,002 也可以用 $(100+1)$ 、 $(1,000+2)$ 來代替。

【例 5】

(1) 76×99 $=$	(2) 999×7 $=$
-------------------------------	-------------------------------

多元評量 2：奇妙的完全數

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

古時候，自然數 6 是一個備受寵愛的數，有人認為 6 是屬於美神維納斯的，它象徵著美滿的婚姻；也有人認為，宇宙之所以這樣完美，是因為上帝創造它時花了 6 天的時間……

自然數 6 為什麼備受人們的青睞呢？

原來，6 是一個非常“完善”的數，與它的因數之間有一種非常奇妙的聯繫。6 的因數共有 4 個：1，2，3，6，除 6 自身這個因數外，其他的 3 個都是它的真因數。數學家們發現：把 6 的所有真因數加起來，正好等於 6 這個自然數本身！

數學上，具有這種性質的自然數叫做完全數。例如：28 也是一個完全數，它的真因數有 1，2，4，7，14，而 $1+2+4+7+14$ 正好等於 28。

在自然數裡，完全數非常稀少，用滄海一粟來形容也不算太誇張，有人統計過，在 1 到 40000000 這麼大的範圍裡，已被發現的完全數也不過寥寥 5 個；另外，直到 1952 年，在 2000 多年的時間裡，已被發現的完全數總共才 12 個。

並不是數學家不重視完全數，實際上，在非常遙遠的古代，他們就開始探索尋找完全數的方法了。公元前 3 世紀，古希臘著名數學家「歐幾里德」甚至發現了一個計算完全數的公式：如果 $2^n - 1$ 是一個質數，那麼，由公式 $N = 2^{n-1}(2^n - 1)$ 算出的數一定是一個完全數。

例如：當 $n = 2$ 時， $2^2 - 1 = 3$ 是一個質數，於是 $N_2 = 2^{2-1}(2^2 - 1) = 2 \times 3 = 6$ 是一個完全數；

當 $n = 3$ 時，

$N_3 = 28$ 是一個完全數。18 世紀時，大數學家歐拉又從理論上證明：每一個偶完全數必定是由這種公式算出的。

【問題與討論】

1. 請問 $N_4 = ?$

2. 試驗証看看 496 是不是一個完全數？

3. 請問 1~10000 中，有哪幾個數是完全數？

多元評量 3：數字塔

【班級】

【座號】

【姓名】

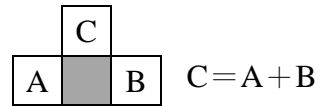
【得分】

【活動一】

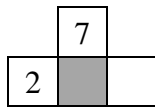
右圖是一個數字金字塔。

上層數字 C 是下層數字 A 與 B 的和。

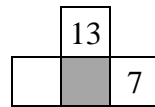
請根據此規則，完成下列數字金字塔。



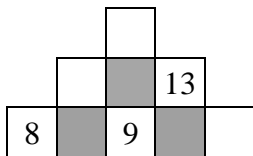
(a)



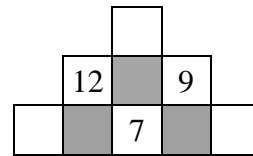
(b)



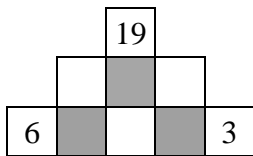
(c)



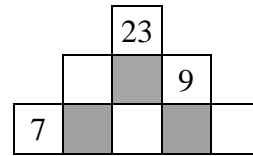
(d)



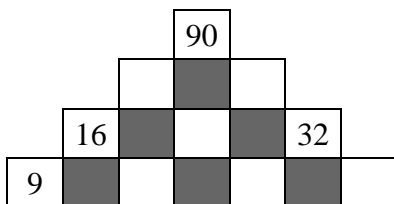
(e)



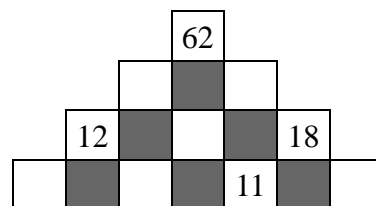
(f)



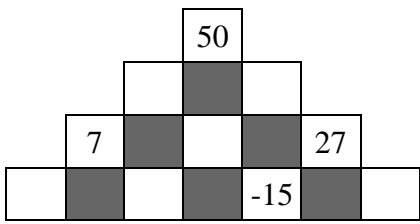
(g)



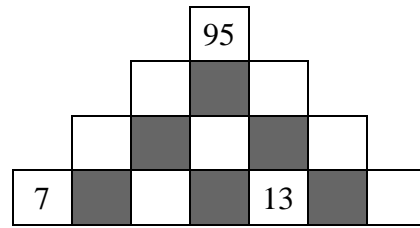
(h)



(i)



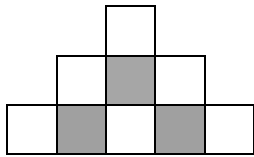
(j)



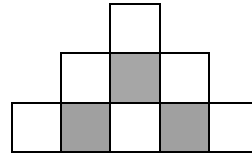
【活動二】

你能仿照上述規則，設計幾題**數字金字塔**嗎？和組員討論看看吧！

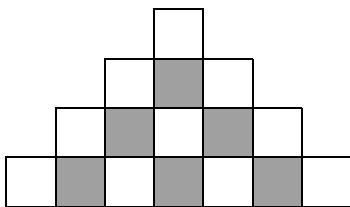
(k)



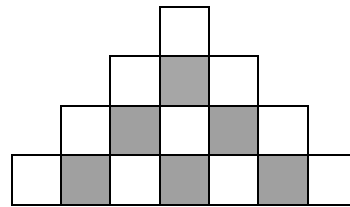
(l)



(m)



(n)



多元評量 4：三階幻方

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

將 1~9 這九個數填入下面的九宮格中(數字不能重複)，使得每一行、每一列及兩條對角線上的數字和都相等。先測試看看，再將結果記錄在下面。

塗鴉測試區

正式填答區

1. 情報：每一行、每一列及兩條對角線上的數字和均為 _____
理由是：

2. 小組討論：如何找出正確的填法？本小組填入數字的步驟是：

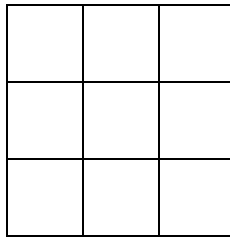
1. 首先在 _____ 格內填入 _____。
2. 接著在 _____ 格內填入 _____。
3. 然後在 _____ 格內填入 _____。
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.

3. 比較各組填答的步驟與結果，你們發現了什麼？

4. 正中央的格子內本組填的數字是 _____。能不能改填其他數字呢？為什麼？

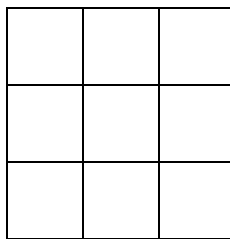
【思考 1】

將 0~8 這九個數分別填入下面的九宮格中，使得每一行、每一列及兩條對角線上的數字和都相等。



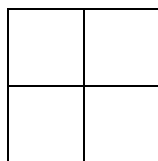
【思考 2】

將 2、5、8、11、14、17、20、23、26 這九個數分別填入下面的九宮格中，使得每一行、每一列及兩條對角線上的數字和都相等。



【思考 3】

能不能將 1、2、3、4 這四個數分別填入下列的 2x2 方格內，使得每一行、每一列及兩條對角線上的數字和均相等？為什麼？



多元評量 5：「悅」讀高手

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

【「悅」讀題 1】飲酒數學詩

「算法統宗」全書十七卷，廣泛流傳於明末清朝，對於民間數學知識的普及貢獻卓著，它承接著中國古代數學知識的繼承和傳播，書中列出北宋至明萬曆年間的數學書目，是後人研究數學史的絕佳參考。這本通俗實用的數學書本由明朝--程大位--花了近 20 年完成，他原本是一位商人，經商之便蒐集各地算書和文字方面的書籍，當時人已不用繁雜的籌算，改以快速方便的算盤計算，但是沒有通行的珠算教科書，珠算方法因地因人而異，程大位蒐集歸納各家算法編纂成一首首的順口溜。

「算法統宗」之所以受當時人喜愛，除了其生活應用性高之外，程大位以活潑文雅的詩詞，將枯燥的數學問題化成美妙的詩歌，讓人輕易的朗朗上口，加強了數學普及的親合力。

晚唐，詩人杜牧的「清明」詩

「清明時節雨紛紛，路上行人欲斷魂。借問酒家何處有？牧童搖指杏花村。」

程大位創了一首類似的飲酒數學詩歌

「肆中飲客亂紛紛，薄酒名醜厚酒醇。好酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人。共同飲了一十九，三十三客醉顏生。試問高明能算士，幾多醜酒幾多醇？」

大意是說：「好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒一位客人。如果 33 位客人醉倒了，他們總共飲下 19 瓶酒。試問：其中好酒、薄酒分別是多少瓶？」

【問題與討論】

能否根據此詩來判別好酒、薄酒分別是多少瓶呢？

【「悅」讀題 2】丟番圖的墓碑

古往今來，大概只有數學家的墓誌銘最為言簡意賅，他們的墓碑上不是長篇傳記，歌頌光輝的一生，往往只是刻著一個圖形或寫著一個數，但卻表達了他們一生執著的追求和閃亮的業績。

丟番圖是希臘數學家，在二次方程式有傑出的貢獻，並將希臘人已完成的代數成果加以匯集編目，被譽為「代數學的鼻祖」。希臘數學自畢達哥拉斯學派後，數學重心就在幾何，他們認為只有經過幾何論證的命題才是可靠的。為了邏輯的嚴密性，代數也披上了幾何的外衣。一切代數問題，甚至簡單的一次方程的求解，也都納入了幾何的模式之中。直到丟番圖，才把代數解放出來，擺脫了幾何的羈絆。他認為代數方法比幾何的演繹陳述更適合於解決問題，而在解題的過程中顯示出的高度的巧思和獨創性，在希臘數學中獨樹一幟。他被後人稱為『代數學之父』實至名歸。

眾多的數學家的墓碑中，被譽為「代數學鼻祖」的丟番圖的墓誌，可算是一個少見的例外。丟番圖是西元三世紀亞歷山大裡亞城人。他的名著《算術》是代數學最早的論著，它就完全脫離了幾何的形式，在希臘數學中獨樹一幟，對後世影響極大。丟番圖的墓碑文很奇特，用一種未知的方式寫出了他的一生：

『墳中安葬著丟番圖，
多麼令人驚訝，
它忠實地記錄了所經歷的道路。
上帝給予的童年占六分之一，
又過十二分之一，兩頰長鬚，
再過七分之一，點燃起結婚的蠟燭。
五年之後天賜貴子，
可憐遲到的寧馨兒，
享年僅及其父之半，便進入冰冷的墓。
悲傷只有用數論的研究去彌補，
又過四年，他也走完了人生的旅途。』

【問題與討論】

這段是歷史留給後人關於這位偉大學者生平的唯一訊息。請同學根據這一訊息，算出丟番圖的年紀？

多元評量 6：月曆預言

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

同學隨意在月曆上圈選出四個數字，將它們全部加起來，所得到的答案會不會跟老師預言一樣呢？

【2015 年 10 月份月曆】

日	一	二	三	四	五	六
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

步驟：

(1) 拿出一份月曆，請一位同學隨意圈選一個 4x4 格的長方形，例圖如下。

5	6	7	8
12	13	14	15
19	20	21	22
26	27	28	29

(2) 老師此時在紙上寫下一個預言數字 ()，並壓在桌上。

(3) 接著請這位同學用筆在十六個數字中任意圈出一個數字，例如圈出的數字是 ()。

(4) 接著把剛剛圈的數字所在那列與那行的其它六個數字都刪去。

(5) 然後從剩下的九個數字中再圈出一個數字，例如，圈出的數字是 ()。

(6) 同樣地，把跟這個數字同一列與同一行的其它四個數字都刪去。

(7) 再從剩下的四個數字中再圈出一個數字，例如，圈出的數字是 ()。

(8) 同樣地，把跟這個數字同一列與同一行的其它兩個數字刪去。
再把最後一個數字 () 圈起來。

(9) 請計算圈出的四個數字 () + () + () + () = ()，老師的預言猜中了嗎？

材料：月曆紙一張、筆

原理解說：

(1) 同學框出的長方形內的 16 個數字是：

(2) 老師預言的數字和：()

(3) 最後圈選出的 4 個數字是：()、()、()、()。

這 4 個數字相加起來等於 _____。

我們又可以這樣看：_____。

(4) 老師的預言猜中了嗎？ 猜中了 沒猜中。

多元評量 7：空間探索

【班級】

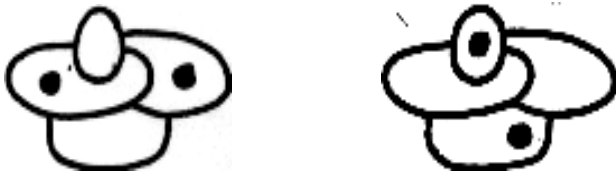
【座號】

【姓名】

【得分】

步驟與規則：

1. 每次只能放一顆棋子在某一個區域內，也就是每個區域最多放一個棋子。
2. 已有棋子的區域其相鄰的區域不能再放入棋子。
例如：左圖是犯規的，右圖是合格的放法。



3. 現在就請你來試試看。(請把結果記錄下來)

活動一(放入 8 個棋子)	活動二(放入 6 個棋子)

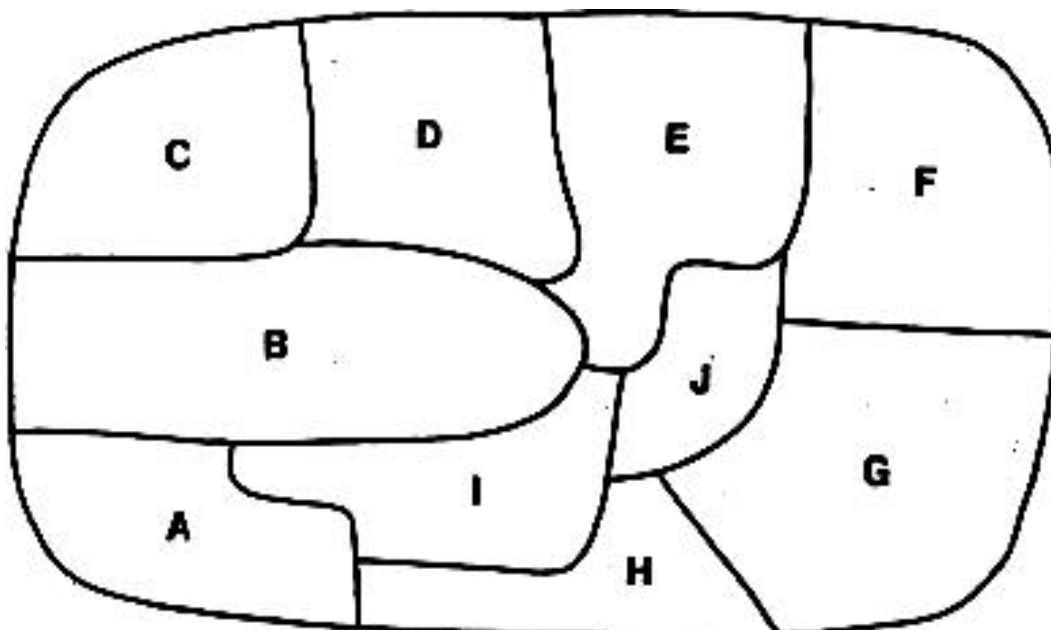
【活動三】對抗

相信你已經熟悉這個規則了，現在請二個人一組進行比賽。

規則說明：

1. 猜拳決定誰先放棋子
2. 一個人一次只能放一個棋子，套用剛剛的規則，已有棋子的區域其相鄰的區域不能再放入棋子。
3. 最後不能放棋子的那個人為輸家。

【請見下一頁的圖】



請將先放者、後放者放的位置與勝負結果紀錄在下列的表格中。

回合	先放者放的位置	後放者放的位置	勝負結果（填先放或後放）
第一回合			
第二回合			
第三回合			
第四回合			
第五回合			
第六回合			

小組討論：

- 假如你的對手在 A 放入一個棋子，你有沒有辦法找到該在哪個區域放入棋子，而且一定能讓自己獲勝？
- 假如一開始猜拳你贏了，可以先放入棋子，你會選擇放在那個區域對自己的獲勝較有利？

多元評量 8：五連方塊

【班級】

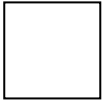
【座號】

【姓名】

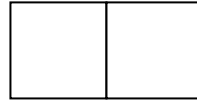
【得分】

【連方塊的定義】

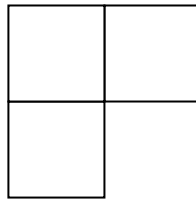
1. 一個正方形稱為一連方塊。



2. 兩個正方形連在一起稱為二連方塊。

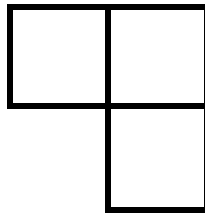
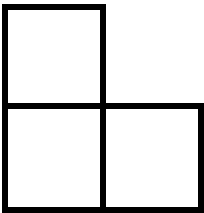


3. 三個正方形連在一起稱為三連方塊。但是三連方塊可以排出兩種不同的圖形。



【規則】

兩個正方形相接合時，必須至少有一邊是完整緊貼相連的。拼合出的兩個圖形，若經平移、旋轉或翻轉後會完全疊合（形狀大小都一樣），只算一種。（如下圖所示的圖形只算一種）



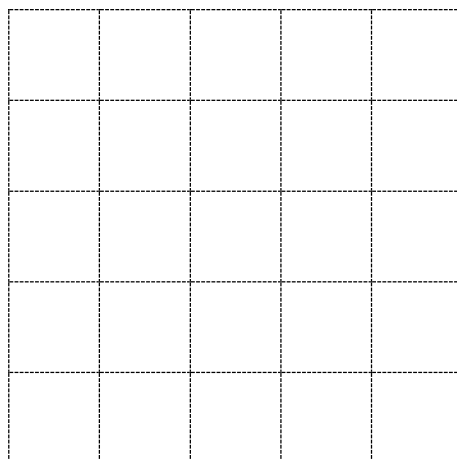
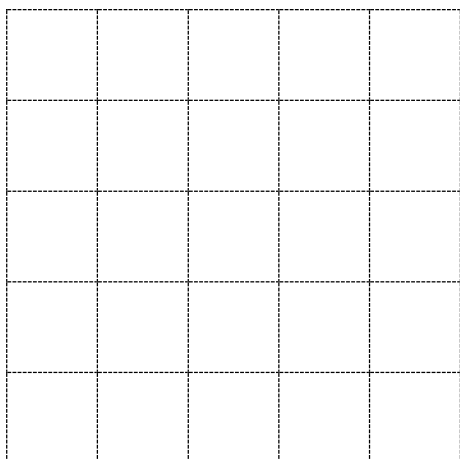
【活動一】四連方塊：試找出四連方塊可能有幾種圖案，記錄在下面的方格中。

【活動二】五連方塊：試找出五連方塊可能有幾種圖案，記錄在下面的方格中。



【活動三】請將活動二中找到五連方塊挑出十個，試著放進下面兩個 5x5 的方格中。

(Hint：有一個五連方塊是十字形的。)



多元評量 9：讀書心得分享——數學篇

【班級】

【座號】

【姓名】

【得分】

書名：

作者：

出版單位：

出版年月：

一、相關書訊：關於圖書作者與內容簡介，50 字以上，100 字以內。

二、內容摘錄：請摘錄書中有意義之文字，50 字以上，150 字以內，務需註明摘錄文字出處之頁碼。

三、我的觀點：此部份即為分享文章的主要內容，需至少 300 字。

四、討論議題：請針對書籍內容至少提出一個相關的討論議題。